Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg

5. Übungsblatt

Abgabe in den Tutorien 21.11.2016
Besprechung in den Tutorien 28.11.2016

Aufgabe 5.1 (6 Punkte)**:**
Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen um den Punkt x_0

i) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}, \quad x_0 = 0$

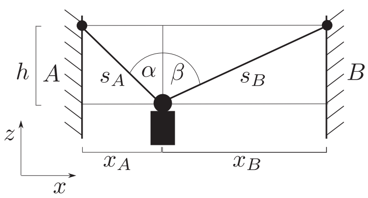
ii) $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}$

iii) $f(x) = \arctan x, \quad x_0 = 0$

iv) $f(x) = \exp(-1/x^2), \quad x_0 = 0$

Hinweis zur Aufgabe *iii)*: Berechnen Sie zunächst die Taylorreihe von $f'(x)$ und integrieren Sie das Resultat einmal. Sie können davon ausgehen, dass Sie Integration und Summation in diesem Fall vertauschen können. Bestimmen Sie zuletzt die Integrationskonstante.

Aufgabe 5.2 (6 Punkte)**:**
Ein Gewicht mit Masse m ist an einem Seil der Länge L unbeweglich befestigt. Ein Ende des Seiles ist an der Wand A, das andere an der Wand B in gleicher Höhe festgemacht. Die beiden Wände haben den Abstand d. Die Masse ist in Ruhe und das Eigengewicht des Seils kann vernachläßigt werden.



a) Bestimmen Sie die Länge der Seilstücke s_A und s_B von Gewicht zur Wand A bzw. B in Abhängigkeit der Seilaufteilung $r = s_A/s_B$ und Seillänge L.

b) Bestimmen Sie x_A, x_B, sowie den Winkel α und β in Abhängigkeit von r, L und dem Wandabstand d.

c) Berechnen Sie die vektoriellen Seilkräfte, die ausgelöst durch die Gewichtskraft der Masse m durch die beiden Seilstücke übertragen werden müssen, um die Masse in einer festen Position zu halten. Geben sie auch die auf der jeweiligen Wand lastende Gewichts- und Normalkraft an. Geben sie die zu berechnenden Kräfe nur in Abhängigkeit der Winkel und dem Betrag der Gewichtskraft $|\vec{F}_G| = mg$ an.

(Fortsetzung folgt)

bitte wenden

Aufgabe 5.3 (6 Punkte)**:**
Auf ein Teilchen mit Ladung q, konstanter Masse m und Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ wirkt im Magnetfeld $\vec{B}$ die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = m\dot{\vec{v}}(t) = q\vec{v}(t) \times \vec{B}\,.$$

a) Schreiben Sie die obigen Bewegungsgleichung in expliziten Komponenten für den Fall eines orts- und zeitunabhängigen Magnetfeldes $\vec{B} = B\vec{e}_z$ auf.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen in der z-Komponente. Bei $t = 0$ habe das Teilchen die Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ und befinde sich am Ort $\vec{x}_0$.

c) Entkoppeln Sie das System von gekoppelten DGLs in der x- und y-Komponente der Geschwindigkeit durch eine geschickte Umformulierung der Gleichungen.

   Hinweis: Betrachten Sie $\ddot{\vec{v}}$ und schreiben Sie die DGLs durch Einsetzen so um, dass die Komponenten der Ableitungen von $\vec{v}$ voneinander separiert werden.

d) Lösen Sie die erhaltenen DGLs mit dem Wissen aus der Vorlesung. Achten Sie dabei darauf, dass die Ableitungsrelationen zwischen den Geschwindigkeitskomponenten erfüllt sind und bestimmen Sie die verbleibenden Integrationskonstanten mit den Anfangsbedingungen aus b).

e) Bestimmen Sie den Ortsvektor $\vec{x}(t)$ des geladenen Teilchens und beschreiben Sie in Worten, welche Raumkurve ein geladenes Teilchen im konstanten und zeitunabhängigen Magnetfeld durchläuft.

Aufgabe 5.4 (2 Punkte)**:**
Berechnen Sie:

$$i)\quad \vec{R}_1 = \text{rot}\,\vec{x} = \vec{\nabla} \times \vec{x}\,, \qquad\qquad ii)\quad \vec{R}_2 = \text{grad}\,f(|\vec{x}|) = \vec{\nabla} f(|\vec{x}|)\,.$$

Wobei gilt

$$\vec{x} = (x, y, z)^T\,, \qquad\qquad \vec{\nabla} = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)^T = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)^T\,.$$
