Theoretische Physik I: Klassische Mechanik
Prof. Dr. A. Hebecker
Dr. N. Zerf

Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg
Wintersemester 2016/17

1. Übungsblatt

Abgabe in den Tutorien 24.10.2016
Besprechung in den Tutorien 31.10.2016

Aufgabe 1.1 (6 Punkte)**:**
Berechnen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie die Resultate so weit wie möglich:

a) $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right)$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + a}, \quad a \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}+1}$

d) $f(x) = \arcsin x$

e) $f(x) = (x^x)^x, \quad x \in \mathbb{R}^+$

f) $f(x) = x^{(x^x)}, \quad x \in \mathbb{R}^+$

Aufgabe 1.2 (10 Punkte)**:**
Bestimmen Sie eine Stammfunktion von

a) $f(x) = 2x^2 + \sqrt{x} + \dfrac{1}{x} + e^{7x}$

b) $f(x) = x^2 \sin x$

c) $f(x) = x \cos(x^2)$

d) $f(x) = \dfrac{1}{a^2 + x^2}, \quad a \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = \arctan x$

Hinweis: Zu Aufgabe e): Integrieren Sie zunächst einmal partiell. Danach können Sie durch eine einfache Substitution der Variablen das Integral lösen.

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)**:**
Die Beschleunigung eines Teilchens sei gegeben durch

$$a(t) = a_0 \cos(\omega t)$$

Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ habe das Teilchen eine Geschwindigkeit $v_0 = 0$ und befinde sich am Ort x_0.

a) Berechnen Sie Geschwindigkeit und Ort des Teilchens als Funktion von t.

b) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v}(T)$ und die mittlere Position $\overline{x}(T)$ des Teilchens im Zeitintervall $t = 0 \ldots T$ als Funktion von T. $\overline{v}(T)$ ist dabei definiert durch $\overline{v}(T) = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t$ und analog für $\overline{x}(T)$. Was ist der Grenzwert von $\overline{v}(T)$ und $\overline{x}(T)$ für $T \to \infty$? *Hinweis*: Eine sorgfältige Skizze von $x(t)$ und $v(t)$ hilft bei der physikalischen Intuition für die zeitliche Mittelung.