8. Übungsblatt zur Experimentalphysik 1 (WS 16/17)

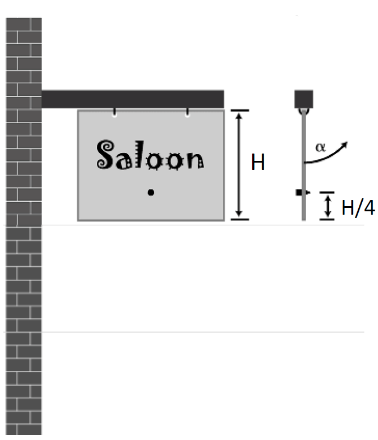
Drehimpuls, Unwucht, Deformation

Abgabe am 15./16.12.2015 in den Übungen

Name(n): Gruppe: Punkte: ___/___/___/___

8.1 Schießerei vor dem Saloon (10 Punkte)

Beim gestrigen Duell auf der Mainstreet hat der langsamere Cowboy auf das Schild vor dem Saloon geschossen. Die Revolver-Kugel der Masse $m = 5\,\mathrm{g}$ traf das Schild horizontal mit einer Geschwindigkeit von $v = 400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und blieb darin stecken (siehe Abbildung). Das Schild ist $B = 50\,\mathrm{cm}$ breit, $H = 40\,\mathrm{cm}$ hoch und $d = 5\,\mathrm{mm}$ dick. Es ist aus Aluminium ($\rho_{\mathrm{Al}} = 2.7\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$) gefertigt und entlang der oberen Kante aufgehängt.

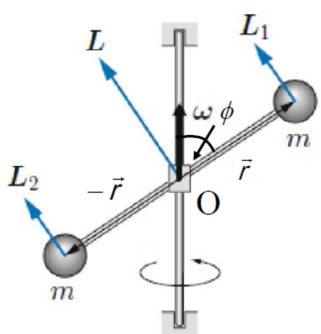


Um welchen Winkel wurde das Schild nach dem Treffer maximal ausgelenkt? Vernachlässigen Sie hierbei die Luftreibung und die Reibung in der Aufhängung. Welche Erhaltungssätze können Sie hier anwenden (wann, warum)?

Hinweis: Das Endergebnis kann durch vernünftige Näherung vereinfacht werden.

8.2 Unwucht (10 Punkte)

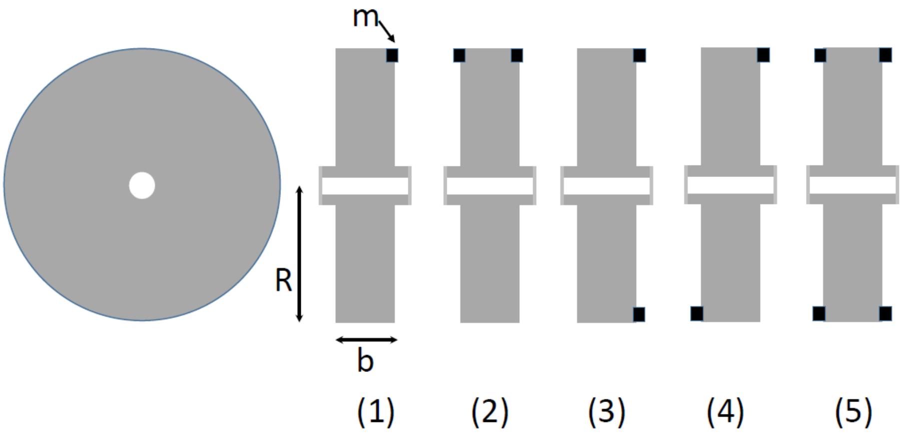
a) Bei der in der Abbildung gezeigten schiefgestellten rotierenden Hantel steht der Drehimpulsvektor $\vec{L}$ senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Hantelkugeln und ändert sich deshalb mit der Zeit.
Berechnen Sie den Drehimpuls $\vec{L}$ der rotierenden Hantel relativ zum Punkt O (Befestigungspunkt der Hantel) als Funktion von $\vec{\omega}$ und $\vec{r}$ unter Verwendung der Definition des Drehimpulses $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Benutzen Sie die *bac-cab-Regel* für Kreuzprodukte: $\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$.
Die zeitliche Änderung des Drehimpulses wird durch ein effektives Drehmoment $\vec{M}$ bewirkt, das durch die beiden Lager auf die Drehachse und damit auf die Hantel wirkt. Zeigen Sie, dass für dieses Drehmoment gilt:



$$M = 2m\omega^2 r^2 \sin\phi\cos\phi$$

Hinweis: Die Winkelgeschwindigkeit ω der Hantel und der Winkel ϕ sind konstant.

b) Die folgenden Abbildungen zeigen ein perfekt rotationssymmetrisches Rad, an das jeweils kleine, näherungsweise punktförmige Gewichte der Masse m montiert wurden: Überlegen Sie, welche der Räder bei Rotation eine Unwucht aufweisen und warum?



c) Man unterscheidet zwischen statischer und dynamischer Unwucht. Was könnte mit diesen Begriffen gemeint sein? Können Sie die Szenarien aus Teil (b) diesen Begriffen zuordnen?

d) Eine Autofelge ohne Unwucht habe den Radius $R = 19$ cm und die Breite $b = 20$ cm. Berechnen Sie das von den Lagern des Autorades aufzubringende Drehmoment für den Fall, dass zwei Zusatzgewichte von je $m = 50$ g wie im Fall (4) an der Felge montiert sind, und das Rad sich mit 760 Umdrehungen pro Minute dreht (entspricht in etwa einer Geschwindigkeit von 100 km/h).

8.3 Torsion (10 Punkte)

a) Hängt man an das untere Ende eines vertikal hängenden Drahtes der Länge L eine Masse mit dem Trägheitmoment I bezüglich der Drehachse, so führt dieses Drehpendel bei Verdrillung des Drahtes Drehschwingungen mit der Schwingungsdauer T aus,

$$T = \frac{2\pi}{R^2}\sqrt{\frac{2L \cdot I}{\pi \cdot G}} \ ,$$

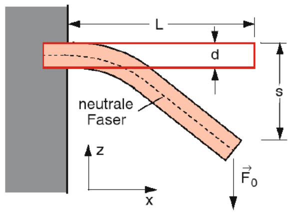
wobei R der Radius und G das Schermodul des Drahtes ist. Bestimmen Sie das rückstellende Drehmoment als Funktion des Verdrillungswinkel φ und stellen Sie analog zum mathematischen Pendel eine Bewegungsgleichung für die Drehschwingung auf. Lösen Sie diese Gleichung analog zum mathematischen Pendel (Übungsblatt Nr. 3) und bestätigen Sie die obige Beziehung für die Schwingungsdauer T. Hinweis: Vernachlässigen Sie die Masse des Drahtes.

b) Zur Bestimmung des Torsionsmoduls G einer Stahlsorte wird ein Draht aus diesem Stahl (Durchmesser $d = 2\,\mathrm{mm}$, Länge $l = 2\,\mathrm{m}$), an dem ein Eisenzylinder (Durchmesser $D = 10\,\mathrm{cm}$, Höhe $h = 7\,\mathrm{cm}$, Dichte $\varrho_{\mathrm{Fe}} = 7.85\,\mathrm{g/cm^3}$) hängt, in Drehschwingungen versetzt. Die Schwingungsdauer beträgt $T = 1.86\,\mathrm{s}$. Wie groß ist G?

c) Eine Turbine treibt über eine Stahlwelle (das Schermodul des Stahls betrage $80 \cdot 10^9$ N/m^2) mit Durchmesser $D = 10$ cm und Länge $L = 10$ m einen Generator an. Um welchen Winkel ϕ verdrehen sich die Endflächen der Welle gegeneinander, wenn bei der Drehfrequenz $\omega = 2\pi \cdot 25$ s^{-1} eine Leistung $P = 30$ MW übertragen werden soll?

8.4 Biegung eines Balkens (10 Punkte)

Ein einseitig eingespannter Balken der Länge L erfährt aufgrund einer am Balkenende wirkenden Kraft F_0 eine Durchbiegung s, die gegeben wird durch (s. Abb., aus *Demtröder Experimentalphysik 1*):



$$s = \frac{L^3}{3E \cdot I_F} \cdot F_0 \,,$$

wobei E das Elastizitätsmodul des Balkenmaterials und I_F das Flächenträgheitsmoment der Querschnittsfläche des Balkens ist. Die Herleitung dieser Formel finden Sie beispielsweise in *Demtröder Experimentalphysik 1*.

a) Berechnen Sie die Durchbiegung einer einseitig eingespannten Stahlstange der Länge $L = 1$ m mit einem quadratischen Querschnitt von 3×3 cm^2 an deren Ende eine Kraft von 100 N ansetzt. Das E-Modul von Stahl beträgt etwa 200 kN/mm^2.

b) Wie ändert sich die Durchbiegung, wenn statt der quadratischen Stahlstange die in der untenstehenden Abbildung gezeigten Stangenprofile 2 – 4 benutzt werden? Alle Profile haben die gleiche Querschnittsfläche.

Hinweis: Berechnen Sie mit der in der Vorlesung gegebenen Definition explizit die Flächenträgheitsmomente.